

_____ (2.5 μονάδες)

Έστω ένα σύνολο από τοποθεσίες A, B, Γ, Δ, και E, σε κάθε μία από τις οποίες πρόκειται να τοποθετηθεί ένας πομπός που θα εκπέμπει σε συγκεκριμένη ραδιοσυχνότητα. Οι διαθέσιμες ραδιοσυχνότητες είναι οι {1, 2, 3, 4}. Οι ραδιοσυχνότητες θα πρέπει να επιλεγούν με τέτοιο τρόπο, ώστε οι πομποί να μην αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Για το σκοπό αυτό μας δίνεται ένας πίνακας διαχωρισμού (separation matrix), ο οποίος για κάθε ζεύγος πομπών καθορίζει την ελάχιστη απόσταση που μπορούν να έχουν οι ραδιοσυχνότητές τους χωρίς να αλληλεπιδρούν:

| | A | B | Γ | Δ | E |
|---|---|---|---|---|---|
| A | | 2 | 1 | 0 | 1 |
| B | 2 | | 2 | 3 | 1 |
| Γ | 1 | 2 | | 1 | 1 |
| Δ | 0 | 3 | 1 | | 1 |
| E | 1 | 1 | 1 | 1 | |

Μοντελοποιείστε και λύστε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα ικανοποίησης περιορισμών.

Απάντηση:

Έχουμε πέντε μεταβλητές, τις A, B, Γ, Δ, και E, με το αρχικό πεδίο όλων να είναι το {1,2,3,4}. Οι περιορισμοί είναι οι εξής:

- |A-B| ≥ 2 (1)
- |A-Γ| ≥ 1 (2)
- |A-E| ≥ 1 (3)
- |B-Γ| ≥ 2 (4)
- |B-Δ| ≥ 3 (5)
- |B-E| ≥ 1 (6)
- |Γ-Δ| ≥ 1 (7)
- |Γ-E| ≥ 1 (8)
- |Δ-E| ≥ 1 (9)

Πριν προχωρήσουμε σε ανάθεση τιμών θα δοκιμάσουμε να μειώσουμε τα πεδία των μεταβλητών. Πράγματι, από τον περιορισμό (5) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι καμία εκ των μεταβλητών A και E δεν μπορεί να πάρει τις τιμές 2 και 3, μιας και σε αυτή την περίπτωση η απαίτηση για ελάχιστη απόσταση ίση με 3 μεταξύ των δύο μεταβλητών δεν μπορεί να ικανοποιηθεί. Έτσι τα πεδία των μεταβλητών γίνονται:

A={1,2,3,4}

B={1,4}

Γ={1,2,3,4}

$$\Delta=\{1,4\}$$

$$E=\{1,2,3,4\}$$

Δεν μπορούμε να κάνουμε άλλη διαγραφή από τα πεδία των μεταβλητών, οπότε προχωράμε σε ανάθεση τιμής. Έστω ότι επιλέγουμε τη μεταβλητή Α και της δίνουμε την τιμή 1. Τότε ενεργοποιούνται οι περιορισμοί (1) έως (3) στους οποίους συμμετέχει η Α και διαγράφονται οι σχετικές τιμές από τα πεδία των Β, Γ και Ε. Τα νέα πεδία είναι τα εξής:

$$A=\{1\}$$

$$B=\{4\}$$

$$\Gamma=\{2,3,4\}$$

$$\Delta=\{1,4\}$$

$$E=\{2,3,4\}$$

Τώρα που η Β πήρε τιμή, μπορούν να ενεργοποιηθούν και οι περιορισμοί (4) έως (6), οι οποίοι οδηγούν σε επιπλέον διαγραφές τιμών για τις μεταβλητές Γ, Δ και Ε. Τα νέα πεδία είναι τα εξής:

$$A=\{1\}$$

$$B=\{4\}$$

$$\Gamma=\{2\}$$

$$\Delta=\{1\}$$

$$E=\{2,3\}$$

Τώρα που η μεταβλητή Γ πήρε συγκεκριμένη τιμή, ενεργοποιούνται και οι περιορισμοί (7) και (8), οι οποίοι διαγράφουν τιμές από τα πεδία των μεταβλητών Δ και Ε. Τα νέα πεδία είναι τα εξής:

$$A=\{1\}$$

$$B=\{4\}$$

$$\Gamma=\{2\}$$

$$\Delta=\{1\}$$

$$E=\{3\}$$

Πλέον όλες οι μεταβλητές έχουν πάρει τιμές. Επιπλέον, ελέγχοντας όλους τους περιορισμούς βλέπουμε ότι αυτοί ικανοποιούνται. Άρα η παραπάνω ανάθεση αποτελεί λύση του προβλήματος.

Μια δεύτερη λύση του προβλήματος θα είχαμε βρει εάν κατά την αρχική ανάθεση τιμής στην μεταβλητή Α είχαμε επιλέξει την τιμή 4. Σε αυτή την περίπτωση η λύση που βρίσκουμε είναι η

$$A=\{4\}$$

$$B=\{1\}$$

$$\Gamma=\{3\}$$

$$\Delta=\{4\}$$

$$E=\{2\}$$

Αυτές είναι και οι μοναδικές δύο λύσεις του προβλήματος. Οποιαδήποτε άλλη ανάθεση στη μεταβλητή Α θα οδηγούσε σε αδιέξοδο.

ΘΕΜΑ 3^ο